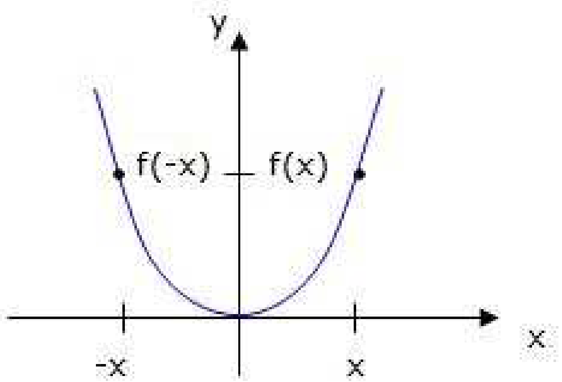
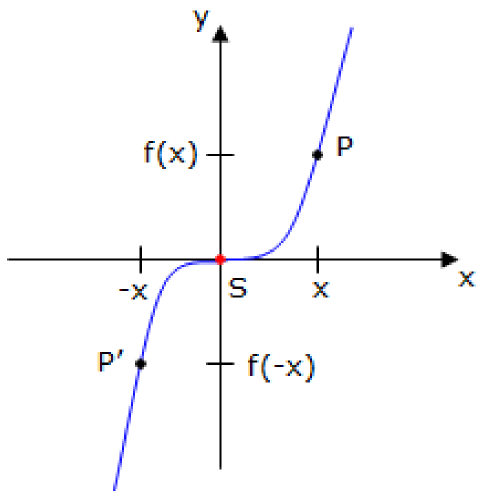
Symmetrie



Kriterium für Achsensymmetrie zur y-Achse:

$$f(x) = f(-x)$$



Kriterium für Punktsymmetrie zum Ursprung:

$$-f(x) = f(-x)$$

Rechenbeispiele

Untersuche jeweils auf Achsensymmetrie:

$f(x) = x^4 + 2x^2 - 1$

Lösung:

$f(-x) = (-x)^4 + 2(-x)^2 - 1$

$= x^4 + 2x^2 - 1 = f(x)$

$f(x)$ ist achsensymmetrisch

$f(x) = x^3 - x^2$

Lösung:

$f(-x) = (-x)^3 - (-x)^2$

$= -x^3 - x^2 \neq f(x)$

$f(x)$ ist nicht achsensymm.

Erkenntnis:
Ganzrationale Funktionen sind achsensymmetrisch, wenn im Funktionsterm **nur** gerade Potenzen vorkommen!

Rechenbeispiele

Untersuche jeweils auf Punktsymmetrie:

$f(x) = x^5 + x^3 - 2x$

Lösung:

$$f(-x) = (-x)^5 + (-x)^3 - 2(-x)$$
$$= -x^5 - x^3 + 2x = -f(x)$$

$f(x)$ ist punktsymmetrisch zum Ursprung

$f(x) = x^3 - x^2$

Lösung:

$$f(-x) = (-x)^3 - (-x)^2$$
$$= -x^3 - x^2 \neq -f(x)$$

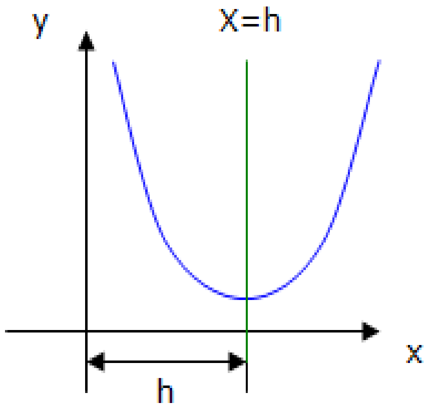
$f(x)$ ist nicht punktsym-metrisch zum Ursprung

Erkenntnis: Ganzrationale Funktionen sind punktsymmetrisch zum Ursprung, wenn im Funktionsterm **nur** ungerade Potenzen vorkommen!

Symmetrie

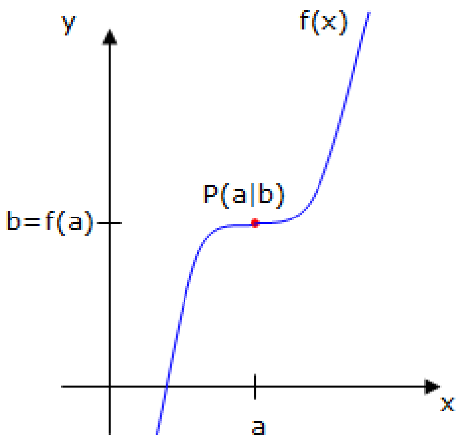
Achsensymmetrie zur Achse $x = h$:

- Verschiebe f um h parallel zur x-Achse: $g(x) = f(x+h)$
- Test, ob $g(-x) = g(x)$ gilt.



Punktsymmetrie zum Punkt P:

- Verschiebe f zurück in den Ursprung $\Rightarrow g(x) = f(x+a) - b$
- Teste, ob $-g(x) = g(-x)$ gilt.



Rechenbeispiel

Untersuche $f(x) = x^2 - 4x + 4$ auf Achsensymmetrie zur Achse $x = 2$.

Lösung:

Verschiebe $f(x)$ um 2 Einheiten nach links und erhalte

$$g(x) = f(x+2) = (x+2)^2 - 4(x+2) + 4$$
$$= x^2 + 4x + 4 - 4x - 8 + 4 = x^2$$
$$g(-x) = (-x)^2 = x^2 = g(x)$$

Ergebnis: $f(x)$ ist symmetrisch zur Achse $x = 2$.